

**Η ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ**  
**ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΤΟΥ ΠΛΑΤΩΝΑ**

**ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΚΟΝΤΑΡΗΣ**

**Γ' ΕΞΑΜΗΝΟ**

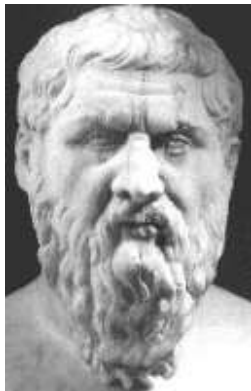
---

**2003-2004**

## Η ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΤΟΥ ΠΛΑΤΩΝΑ

<u>ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ</u>	<u>ΣΕΛ</u>
ΛΙΓΑ ΛΟΓΙΑ ΓΙΑ ΤΟΝ ΠΛΑΤΩΝΑ.....	3
ΛΙΓΑ ΛΟΓΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΤΟΥ ΠΛΑΤΩΝΑ.....	4
Η ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΚΑΙ Η ΘΡΗΣΚΕΙΑ.....	4
Η ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΣΤΗΝ ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΤΟΥ ΠΛΑΤΩΝΑ.....	5
ΟΡΑΜΑΤΑ ΑΠΟΨΕΙΣ ΚΑΙ ΒΛΕΨΕΙΣ ΤΟΥ ΠΛΑΤΩΝΑ.....	5
Ο ΠΛΑΤΩΝΑΣ ΚΑΙ Η ΑΛΗΘΕΙΑ.....	5
ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ Η ΑΛΗΘΕΙΑ.....	6
ΤΟ QUADRIVIUM.....	7
Ο ΠΛΑΤΩΝΑΣ ΚΑΙ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΠΟΨΕΙΣ).....	8
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΜΟΥΣΙΚΗ.....	9
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑ.....	10
Ο ΑΒΑΚΑΣ ΚΑΙ Η ΣΦΑΙΡΑ.....	10
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗ.....	11
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ.....	13
ΕΠΙΛΟΓΟΣ.....	13-14

## Εισαγωγικά : Λίγα λόγια για τον Πλάτωνα



Ο Πλάτωνας έζησε απ' το 427 έως το 347 π.Χ. Ήταν γιος του Αρίστωνα και της Περικτιόνης. Η οικογένειά του είχε μεγάλη επιρροή. Ο Πλάτωνας ξεκίνησε τη φιλοσοφική του καριέρα ως μαθητής του Σωκράτη. Όταν ο δάσκαλός του πέθανε, ο Πλάτωνας ταξίδεψε στην Αίγυπτο και την Ιταλία, σπούδασε μαζί με τους μαθητές του Πυθαγόρα και ξόδεψε αρκετά χρόνια ως σύμβουλος στην εξουσιάζουσα οικογένεια των Συρακουσών.

Τελικά, επέστρεψε στην Αθήνα και δημιούργησε τη δική του σχολή φιλοσοφίας στην ακαδημία .

Στους μαθητές εκεί, ο Πλάτωνας προσπάθησε να τους υιοθετήσει το Σωκρατικό τρόπο σκέψης και να οδηγήσει τη πρόοδό τους διαμέσου της μαθηματικής γνώσης στην επίτευξη της κατανόησης της φιλοσοφικής αλήθειας<sup>1</sup>. Η “αλήθεια” είναι μια έννοια που απασχόλησε αρκετά τον Πλάτωνα, στην οποία οικοδομεί ολόκληρο το σύστημα και πιο συγκεκριμένα, επί του ιδεώδους της αλήθειας μέσω της ορθολογικής επιστήμης<sup>2</sup>.

Στις αρχικές διδακτικές προσπάθειές του, ο Πλάτωνας προσπάθησε να διαβιβάσει το πνεύμα της Σωκρατικής διδασκαλίας παρουσιάζοντας ακριβείς αναφορές απ' τις συζητήσεις του με το δάσκαλό του. Βασική πηγή για τις οποίες είναι οι “διάλογοι”.

Ένα από τα σημαντικότερα έργα του είναι και απολογία του Σωκράτη η οποία φέρει μια περιγραφή της φιλοσοφικής ζωής του Σωκράτη όπως ο ίδιος τη παρουσίασε στο αθηναϊκό δικαστήριο.

Οι μεσαίοι διάλογοι του Πλάτωνα, αναπτύσσουν, διατυπώνουν, και υποστηρίζουν τα δικά του συμπεράσματα σε ό,τι αφορούν κεντρικά φιλοσοφικά θέματα. Ξεκινώντας με τον Μένωνα, για παράδειγμα, ο Πλάτωνας όχι μόνο αναφέρει τη γνώμη του Σωκράτη, πως κανείς δε κάνει λάθος εν γνώση του, αλλά επίσης εισάγει το δόγμα της πνευματικής ηρεμίας σε μια απόπειρα να ανακαλύψει αν η αρετή μπορεί να διδαχθεί ή όχι.

Τέλος, ένα άλλο αριστούργημα του Πλάτωνα είναι η “Πολιτεία”. Αυτή ξεκινά με ένα Σωκρατικό διάλογο σχετικά με μα τη φύση της δικαιοσύνης αλλά προχωρά κατευθείαν σε μια επεκταμένη συζήτηση για τις αρετές της δικαιοσύνης, της σοφίας, της ανδρείας, και της σωφροσύνης όπως παρουσιάζονται στο καθένα ατομικά αλλά και στη κοινωνία σαν σύνολο.

Το όραμά του αυτό για την ιδανική κοινωνία ή το ιδανικό άτομο, απαιτούσε την ύπαρξη ενός εκπαιδευτικού προγράμματος εφαρμοζόμενο τόσο στους άνδρες όσο και στις γυναίκες. Το μεγαλύτερο, ίσως, έργο του είναι η ακαδημία του<sup>1</sup>. Μάλιστα οφείλουμε να πούμε πως το παιδαγωγικό έργο του Πλάτωνα έχει υπερβεί κατά πολύ σε ιστορική σημασία το πολιτικό του έργο<sup>2</sup>.

---

1: Πηγή [www.philosophypages.com](http://www.philosophypages.com)

2: Πηγή Marron: “Η ιστορία της εκπαίδευσης κατά την αρχαιότητα.” Σελ.111

## Λίγα λόγια για την Ακαδημία του Πλάτωνα.

Η ακαδημία ήταν ένα προάστιο των Αθηνών, Πήρε το όνομά της από τον ήρωα Ακάδημο. Αναφορικά, ο Ιππίας, γιος του Πεισίστρατου, έκτισε ένα κυκλικό τείχος, και ο Κίμωνας φύτεψε



τη περιοχή με τα δέντρα η οποία καταστράφηκε από τον Σίλα το 86 π.Χ. Το 387 π.Χ. ο Πλάτωνας ίδρυσε τη φιλοσοφική του σχολή, η οποία έγινε πολύ διάσημη χάρη στους νεοπλατωνιστές, και χρησιμοποιείτο έως το 526 μ.Χ. οπότε και έκλεισε από τον αυτοκράτορα Ιουστινιανό<sup>1</sup>. Η Ακαδημία ήταν σχολή ανωτέρων μελετών και ταυτόχρονα και εκπαιδευτικό ίδρυμα. Είχε ισχυρή καταστατική συγκρότηση και παρουσιάζεται περισσότερο

υπό τη μορφή μιας αδελφότητας, μιας φιλοσοφικής αίρεσης, τα μέλη της οποίας αισθάνονται στενά συνδεδεμένα μεταξύ τους και διακρίνεται και από μια οικειότητα στις σχέσεις μεταξύ των μαθητών και των δασκάλων την οποία θα χαρακτηρίζαμε στοργική και φιλική συνάμα.

Υπάρχει μια διαφωνία σχετικά με το αν η ακαδημία ήταν ένωση για τη πρόοδο των επιστημών, ή ίδρυμα ανώτατης μόρφωσης. Η διαφωνία αυτή είναι κάπως άσκοπη, δεδομένου το ότι ο άκρατος ρεαλισμός της σχολής αλλά και ο απλός χαρακτήρας της αρχαϊκής εκείνης εποχής δεν επιτρέπουν στο να μεταθέσουμε σε εκείνο το περιβάλλον τη σύγχρονη αντίληψη που έχουμε για την επιστήμη. Η Ακαδημία, άλλωστε, ήταν σχολή ανώτερων μελετών αλλά και εκπαιδευτικό ίδρυμα ταυτόχρονα. Τέλος, ο Πλάτωνας δεν ονειρεύτηκε μόνο τη “μετά επιστήμης” παιδεία αλλά και τη μετέδωσε για σαράντα χρόνια στους μαθητές του στην ακαδημία<sup>2</sup>.

### Η ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΚΑΙ Η ΘΡΗΣΚΕΙΑ

Νομικώς, η ακαδημία, ως αίρεση των Πυθαγορείων, είναι μια θρησκευτική ένωση, μια αδελφότητα, η οποία ήταν αφιερωμένη στη λατρεία των Μουσών. Μετά το θάνατο του δασκάλου, ήταν αφιερωμένη στη λατρεία του ηρωοποιηθέντου Πλάτωνα. Η λατρεία αυτή εκδηλώνονταν με γιορτές, θυσίες και συμπόσια. Ως έδρα της, είχε ένα ιερό αρχικά αφιερωμένο στις μούσες και αργότερα στον ίδιο τον Πλάτωνα. Το ιερό αυτό βρισκονταν κάτω από τη σκιά του ιερού δάσους που ήταν αφιερωμένο στον ήρωα Ακάδημο<sup>3</sup>.

---

1: [www.culture.com](http://www.culture.com)

2: Marron: “Η ιστορία της εκπαίδευσης κατά την αρχαιότητα.” Σελ.113

3: Marron: “Η ιστορία της εκπαίδευσης κατά την αρχαιότητα.” Σελ.114

Η τοποθεσία όπου γίνονταν οι λατρείες ήταν στα βόρεια προάστια της Αθήνας, κοντά στο Κολωνό. Η συγκεκριμένη τοποθεσία είχε εκλεγεί από τον ίδιο τον Πλάτωνα για τη θρησκευτική της αίγλη. Ήταν τόπος ιερός και γειτόνευε με άλλα ιερά αφιερωμένα σε θεούς, όπως ο Ποσειδώνας, ο Άδραστος, ο Διόνυσος και συνδεόταν με πολλές παραδόσεις που αποτελούσαν αφορμές για επιτάφιους αγώνες. Η περιοχή αυτή βρισκόταν στο άκρο μιας ευθείας οδού απ' την Αθήνα στο Δίπυλο, στην οποία η διπλή σειρά των τάφων που βρίσκονταν εκεί αλλά και τα αναμνηστικά μνημεία της προσέδιδαν ένα θρησκευτικό χαρακτήρα. Το κυρίως ιερό δάσος έπρεπε αναμφίβολα να είναι ένα μικρό άλσος περικυκλωμένο ανάμεσα στο πολύπλοκο αυτό σύνολο. Σε αυτό το γυμνάσιο δίδασκε ο καθηγητής καθισμένος σε μια εξέδρα στο κέντρο<sup>1</sup>.

### **Η ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΣΤΗΝ ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΤΟΥ ΠΛΑΤΩΝΑ**

Ο Πλάτωνας, εμφανίζεται ως οπαδός των ενεργητικών μεθόδων. Η διαλεκτική του είναι ασυμβίβαστη ως προς το παθητικό δογματισμό. Την άποψη αυτή δικαιολογεί το γεγονός πως ο Πλάτωνας εφόσον ήταν μαθητής του Σωκράτη (μέσω του οποίου ξεκίνησε τη φιλοσοφική του καριέρα) λογικό ήταν να περάσει τις δικές του μεθόδους. Έτσι λοιπόν, ο Πλάτωνας απέφευγε τη “μασημένη τροφή” στη διδασκαλία του. Προτιμούσε αντί να δώσει έτοιμο το αποτέλεσμα στους μαθητές, να τους αφήσει να ψαχτούν ώστε να οδηγηθούν οι ίδιοι μέσω της έρευνας στη σωστή λύση. Γι' αυτό ας μη φανταστούμε τη διδασκαλία στην ακαδημία του Πλάτωνα υπό την έννοια μιας δογματικής διδαχής. Είναι αξιοσημείωτο το γεγονός ότι υπήρχε ένα πνεύμα οικειότητας μεταξύ των δασκάλων και των μαθητών αν κρίνουμε από τις διάφορες συζητήσεις που λάμβαναν μέρος στα διάφορα συμπόσια, τα οποία σύμφωνα με τον Πλάτωνα αν χρησιμοποιούνταν με λογική και μέτρο αποτελούσαν οργανικά στοιχεία της αγωγής. Πόσο μάλλον αν κρίνουμε από το γεγονός ότι δάσκαλοι και μαθητές συμβίωναν στον ίδιο χώρο<sup>1</sup>.

### **ΟΡΑΜΑΤΑ, ΑΠΟΦΕΙΣ ΚΑΙ ΒΛΕΨΕΙΣ ΤΟΥ ΠΛΑΤΩΝΑ**

Η εκπαίδευση, κατά τον Πλάτωνα, οφείλει να είναι δημόσια και υποχρεωτική υπόθεση. Μάλιστα προτείνει την εκλογή των δασκάλων από την πολιτεία και τον έλεγχο τους από ειδικούς άρχοντες. Από αυτές τις επιδιώξεις του αντιλαμβανόμαστε το πάθος και συνάμα την αγάπη του Πλάτωνα για τη επίτευξη της σωστής διδασκαλίας. Ο Πλάτωνας, μάλιστα, είχε τέτοιες βλέψεις για το παιδαγωγικό ιδεώδες, που πίστευε σε μια ανασύνθεση της πολιτείας μέσω αυτού. Απ' τις σημαντικότερες επιδιώξεις του ήταν η αυστηρή ισότητα στην εκπαίδευση και για τα δύο φύλλα<sup>2</sup>.

### **Ο ΠΛΑΤΩΝΑΣ ΚΑΙ Η ΑΛΗΘΕΙΑ**

Όπως προαναφέρθηκε, η αλήθεια ήταν βασικό δομικό συστατικό για την Ακαδημία του. Η κατοχή της αλήθειας θα διακρίνει εκείνον που μπορεί αποτελεσματικά να “κυβερνήσει”

---

1: Marron: “Η ιστορία της εκπαίδευσης κατά την αρχαιότητα.” Σελ.113,114

2: Marron: “Η ιστορία της εκπαίδευσης κατά την αρχαιότητα.” Σελ.115,116

αποτελεσματικά όχι μόνο ένα κράτος αλλά και το ίδιο του το σπίτι, την οικογένειά του. Επίσης θα διακρίνει τον πραγματικό ρήτορα σε αντίθεση με τον σοφιστή, τον πραγματικό γιατρό και, εννοείται, τον πραγματικό φιλόσοφο. Κατά συνέπεια, ο τύπος της αγωγής, που επινόησε ο Πλάτωνας για την μόρφωση του πολιτικού ηγέτη, έχει καθολική αξία και σπουδαιότητα. Όποιος κι αν είναι ο τομέας της ανθρώπινης δράσης προς τον οποίο κάποιος ενδέχεται να προσανατολίζεται, δεν υπάρχει σύμφωνα με τον Πλάτωνα παρά μία και μόνο μόρφωση : εκείνη η οποία αποβλέπει στην αλήθεια, δηλαδή στη κατοχή της πραγματικής επιστήμης. Συνοπτικά, ο όρος “αλήθεια” και η αξία της, που αποδίδεται στην αληθινή γνώση, που στηρίζεται στην απόδειξη, που δεν επιδέχεται αμφισβήτηση, τον τύπο της οποίας αποτελεί η γεωμετρική αλήθεια. Η αντίληψη αυτή διέπει ολόκληρο το Πλατωνικό έργο και βάση της οποίας θα φανεί και η αξία των μαθηματικών στην Ακαδημία αλλά και ο λόγος για τον οποίο ο Πλάτωνας τους έδωσε τόση έμφαση. Ο Πλάτωνας μάλιστα είχε καταδικάσει τους ποιητές γιατί πίστευε πως η τέχνη τους (η οποία προέρχεται από μύθους και φαντασία) αντιτίθεται στην αλήθεια και εκτρέπει το πνεύμα από το τελικό του σκοπό, ο οποίος είναι η κατάκτηση της ορθολογικής επιστήμης<sup>1</sup>. Πιο συγκεκριμένα, ο Πλάτωνας διαφωνεί με τη γενικότητα των γνώσεων των ποιητών υπό τη βάση πως διαφορετικοί άνθρωποι γνωρίζουν το ίδιο πράγμα από την ίδια τέχνη<sup>2</sup>. Από αυτό καταλαβαίνουμε την αξία που είχε η αλήθεια για τον Πλάτωνα.

## **ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ Η ΑΛΗΘΕΙΑ**

Πιο συγκεκριμένα, ο Πλάτωνας επικεντρώνεται στα μαθηματικά, στα οποία προσδίδει μεγάλη αξία, γιατί πιστεύει πως μόνο αυτά θα οδηγήσουν στη κατάκτηση της αλήθειας<sup>3</sup>. Ο Πλάτωνας πίστευε σ’ αυτή τη περαιτέρω αξία των μαθηματικών<sup>4</sup>. Συγκεκριμένα αναφέρει πως πρέπει να «κατευθύνει τη μελέτη των μαθηματικών προς ό,τι θα οδηγήσει το πνεύμα να απαλλαγεί από το αισθητό και να συλλάβει και αντιληφθεί το νοητό, το οποίο αποτελεί τη μόνη αληθή πραγματικότητα, τη μόνη απόλυτη αλήθεια.»<sup>3</sup>. Ακόμη πίστευε πως τα μαθηματικά έστρεφαν τη ψυχή στο κόσμο της αλήθειας και της πραγματικότητας, γι’ αυτό και έδωσε εξέχουσα θέση στα μαθηματικά στην ακαδημία του. Ένας από τους δασκάλους ήταν και ο Έυδοξος, ο οποίος ήταν μαθηματικός και αστρονόμος και ήταν απ’ τους πρώτους που έθεσε γενικά προβλήματα μαθηματικών και αστρονομίας. Η βαρύτητα που είχε δώσει ο Πλάτωνας στα μαθηματικά στην ακαδημία του, φαίνεται κι από αυτά που έγραψε ο Αριστοτέλης : «Η φιλοσοφία στις μέρες μας έγινε μαθηματικά»<sup>4</sup>. Ο Πλάτωνας θέλει η μελέτη των μαθηματικών να μην ασχολείται μακροχρόνια με τα στοιχειώδη προβλήματα της λογιστικής και της πρακτικές εφαρμογές τους, αλλά όπως συμβαίνει (κατά τα λεγόμενά του) με τα παιδαγωγικά παιχνίδια των Αιγυπτίων. Δηλαδή, η μελέτη να κατευθύνεται προς μια ανώτερη βαθμίδα αφάιρσης, όπως για παράδειγμα ο σχηματισμός των εννοιών «άρτιοι» και «περιττοί», «αναλογίες» κ.α.

---

1: Marron: “Η ιστορία της εκπαίδευσης κατά την αρχαιότητα.” Σελ.112,120

2: Ian Mueller: “Mathematics and education” σελ.91

3: Marron: “Η ιστορία της εκπαίδευσης κατά την αρχαιότητα.” σελ.123

4: Clarke: “Higher education in the ancient world” σελ.47

Αξιοσημείωτη είναι και η παιδαγωγική του Πλάτωνα, δηλαδή ο τρόπος με τον οποίο δίδασκε τα μαθηματικά. Ξεκινά από την εξέταση των στοιχειωδών δεδομένων (των τριών πρώτων αριθμών) και από αυτούς ανάγεται στη θεώρηση των αφηρημένων εννοιών των ενοτήτων της μονάδας και του μεγέθους τις οποίες θεωρεί πραγματικά κατάλληλες για να διευκολύνουν τη μετάβαση του πνεύματος από το κόσμο της γένεσης στο κόσμο της αλήθειας και της ουσίας<sup>1</sup>.

## **ΤΟ QUADRIVIUM**

Τα πρώτα δέκα χρόνια, της εκπαίδευσης στην ακαδημία του Πλάτωνα, ήταν αφιερωμένη σε τέσσερα μαθήματα : τη μελέτη των αριθμών (αριθμητική), της γεωμετρίας, της αστρονομίας και της αρμονικής (ακουστικής). Μετά την επιτυχή μελέτη αυτών των μαθημάτων (το λεγόμενο : quadrivium), οι μαθητές θα προχωρούσαν σε μια διαλεκτική για πέντε χρόνια και μετά θα έκαναν δεκαπέντε χρόνια πρακτική πολιτική και στρατιωτική εμπειρία. Αυτοί που θα κατόρθωναν να περάσουν όλα τα στάδια αλλά και να διακριθούν σε αυτά, κατά κάποιο τρόπο θα έβλεπαν τον ίδιο το Θεό. Για το υπόλοιπο της ζωής τους θα καλούνταν να εφαρμόσουν τις γνώσεις τους για να κυβερνήσουν τη πόλη. Εδώ βλέπουμε πόσο επιδίωκε ο Πλάτωνας την άριστη διακυβέρνηση της πόλεως. Στην ουσία, την ενέθετε όχι μόνο σε μορφωμένα, αλλά και σε προικισμένα άτομα ταυτόχρονα<sup>2</sup>.

Το quadrivium, είχε ιδιαίτερη αξία γιατί μέσω αυτού, ο Πλάτωνας προσπάθησε να ενσωματώσει τις πιο πρόσφατες κατακτήσεις της επιστήμης. Ειδικότερα, ο Πλάτωνας προσθέτει στο επίπεδο της γεωμετρίας, τη γεωμετρία του διαστήματος (στερεομετρία), η οποία μόλις είχε δημιουργηθεί από τον μαθηματικό Θεαίτητο και στη πρόοδο της οποίας, συνέβαλε ενεργά η ακαδημία του Πλάτωνα μέσα από το πρόσωπο του Εύδοξου. Αξίζει να προσέξουμε το γεγονός ότι ο Πλάτωνας προσπάθησε να απομακρύνει από το quadrivium ειδικότερα και από τις επιστήμες γενικότερα, κάθε υπόλειμμα της αισθητής εμπειρίας ώστε να γίνουν καθαρά λογικές και να προσεγγίσουν όσο το δυνατό περισσότερο την αλήθεια<sup>3</sup>. Τέλος, ο Αριστοφάνης χρησιμοποίησε στις κωμωδίες του “αστείες” αναλογίες διότι κι αυτός, όπως και άλλοι σχολιαστές, αποκαλούσαν “αριθμητικό” το πρώτο μάθημα του quadrivium και το αντιμετώπιζαν ως “θεωρία αριθμών”<sup>4</sup>.

## **Ο ΠΛΑΤΩΝΑΣ ΚΑΙ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

«Κανείς από τους κλάδους των μαθημάτων, δεν έχει την μορφωτική δύναμη των μαθηματικών τα οποία απεργάζονται την αφύπνιση του πνεύματος και το καθιστούν ικανό να αποκτήσει ευκινήσια, συνέπεια και ζωηρότητα.». Αυτή είναι η άποψη του Πλάτωνα για τα μαθηματικά. Γι’ αυτό και τους έδωσε “εξέχουσα θέση” στην ακαδημία του. Όλα τα παιδιά ήταν υποχρεωμένα να ασχολούνται με τα μαθηματικά ή τουλάχιστον να γνωρίζουν τα στοιχειώδη.

---

1: Marron: “Η ιστορία της εκπαίδευσης κατά την αρχαιότητα.” σελ.120

2: Ian Mueller: “Mathematics and education” σελ.85

3: Marron: “Η ιστορία της εκπαίδευσης κατά την αρχαιότητα.” σελ.124

4: Ian Mueller: “Mathematics and education” σελ.90

Πιο συγκεκριμένα, η υποχρεωτική στοιχειώδης εκπαίδευση τελείωνε όταν το παιδί, μέσω της διδασκαλίας, κρίνονταν πως ήταν σε θέση να εφαρμόσει τα μαθηματικά και στη πρακτική του ζωή, τη στρατιωτική τέχνη, το εμπόριο, τη γεωργία ή το ναυτικό στάδιο. Για να γίνει πιο ευχάριστη η όλη εκπαιδευτική διαδικασία της στοιχειώδους εκπαίδευσης, τα προβλήματα και οι αριθμητικές ασκήσεις που καλούσαν το παιδί να λύσει είχαν τον χαρακτήρα παιχνιδιού. Αυτόν τον τύπο ασκήσεων, είχε υιοθετήσει ο Πλάτωνας από τους Αιγυπτίους την οποία είχε επισκεφθεί και ο ίδιος αλλά και ο μαθητής του ο Εύδοξος ο οποίος μάλιστα είχε σπουδάσει εκεί (οπότε ο Πλάτωνας ή υιοθέτησε απ' ευθείας ή μέσω του μαθητού του το στυλ των Αιγυπτίων)<sup>1</sup>. Οι Αθηναίοι ευγνωμονούσαν τους Αιγυπτίους που δίδασκαν τα παιδιά τους να κάνουν υπολογισμούς ενώ παράλληλα τους μάθαιναν γραφή και ανάγνωση με έναν ευχάριστο, όμως, τρόπο παιχνιδιού ειδικά σχεδιασμένο έτσι ώστε να αναπτύξουν τις ικανότητές τους σχετικά με τους αριθμούς. Με αυτό το τρόπο, τα παιδιά των Αιγυπτίων μάθαιναν ό,τι τους ήταν απαραίτητο ώστε να γνωρίζουν να διαχειρίζονται τόσο το στρατό, όσο και το σπίτι τους<sup>2</sup>. Η προαναφερθείσα στοιχειώδης εκπαίδευση θεωρούνταν ως “κατώτερο όριο” γνώσεων και κανείς δεν επιτρεπόταν να το αγνοεί, αλλιώς δε θα ήταν άνθρωπος αλλά, όπως λέει και ο Πλάτωνας, «χοίρος παχυνόμενος» (γουρούνι που παχαίνει).

Ο ρόλος, όμως, των μαθηματικών δε περιορίζεται στην απόκτηση της τεχνικής των αριθμών και μόνο. Άλλωστε και οι πρώτες ασκήσεις είχαν βαθύτερη μορφωτική αξία. Μια άλλη άποψη του Πλάτωνα για τα μαθηματικά είναι πως απευθύνονται σε όλους γιατί το μόνο που απαιτούν από τους ανθρώπους είναι η (έμφυτη σε όλους) χρήση της λογικής. Ακόμη, θεωρεί πως χάρη στα μαθηματικά, ακόμη και “αρχικώς δύσκαμπτα” και “βραδυκίνητα” πνεύματα αφυπνίζονται, βελτιώνονται και αποβαίνουν πιο προσοδοφόρα για μάθηση απ’ ότι ήταν αρχικά.

Πριν αναφερθήκαμε στη «κατώτερη βαθμίδα εκπαίδευσης» ή «στοιχειώδης υποχρεωτική εκπαίδευση». Αυτό λοιπόν είναι το πρώτο στάδιο. Η διδασκαλία, όμως, των μαθηματικών δε σταματά εκεί. Λίγα και εκλεκτά πνεύματα θα έχουν τη δυνατότητα να μπορέσουν να συνεχίσουν τις σπουδές τους στα μαθηματικά, σε όλη τους την έκταση. Αυτά θα είναι μέλη μιας προσεκτικά εκλεγμένης ομάδας μέσω εξετάσεων και διαγωνισμών. Κατά την άποψη του Πλάτωνα, τα μαθηματικά είναι το πεδίο εκείνο των επιστημών όπου θα δοκιμασθούν και θα αναδειχθούν οι καλύτερες ιδιοφυΐες. Μέσω της μελέτης των μαθηματικών, οι μαθητές θα ανακαλύψουν την ευχέρειά τους στο να μαθαίνουν, να αναπτύσσουν τη διεισδυτικότητά τους, να εξασκούν τη μνήμη τους, και την ικανότητά τους να συνεχίσουν τη προσπάθειά τους αυτή, χωρίς να αποθαρρύνονται από τη δυσκολία των μαθημάτων αυτών. Επιπλέον, αξίζει να σημειώσουμε πως τα μαθηματικά τότε ήταν απαραίτητα και ως «το ουσιαστικότερο στοιχείο της προπαρασκευαστικής εκπαίδευσης ή προπαίδειας των φιλοσόφων»<sup>3</sup>. Ο Αριστοτέλης είχε πει «η φιλοσοφία στις μέρες μας έχει γίνει μαθηματικά». Τα μαθηματικά, συμβάδιζαν με τη φιλοσοφία. Μάλιστα μετά το τέταρτο αιώνα, αναπτύχθηκε αυτή η συμβίωση στην Αλεξάνδρεια όπου δίδασκε ο Ευκλείδης στην αρχή του τρίτου αιώνα και ίδρυσε το λεγόμενο «σχολείο των μαθηματικών»<sup>3</sup>. Αυτό είναι αρκετά σημαντικό γιατί για πρώτη φορά ένα καθαρά πρακτικό μάθημα είναι ουσιώδες για τη προπαρασκευή ενός καθαρά θεωρητικού. Ακόμη βλέπουμε τη τόσο στενή σχέση που έχουν δύο εντελώς διαφορετικά μεταξύ τους αντικείμενα. Εν κατακλείδι, ο Πλάτωνας θεωρεί πως τα μαθηματικά είναι το κύριο όργανο μεταστροφής

---

1: Marron: “Η ιστορία της εκπαίδευσης κατά την αρχαιότητα.” σελ.122,123

2: Ian Mueller: “Mathematics and education” σελ.89

3: Clarke: “Higher education in the ancient world” σελ.46

της ψυχής μέσω της εσωτερικής της ανόρθωσης, και η οποία τελικά κατορθώνει να ατενίσει όχι τις σκιές των πραγματικών αντικειμένων αλλά την ίδια τη πραγματικότητα.

## **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΜΟΥΣΙΚΗ**

Η μουσική, θεωρείτο πως ήταν άμεσα συνδεδεμένη με τα μαθηματικά χωρίς αυτό να σημαίνει πως μόνο γι' αυτό διδασκόταν<sup>1</sup>. Ο Πλάτωνας επιμένει στην “επί μακρόν” διδασκαλίας και χρησιμοποίησή της και τη θεωρεί άρρηκτα συνδεδεμένη με τα μαθηματικά. Η θέση που κατέχει η μουσική στην ακαδημία του Πλάτωνα είναι “κυριωτάτη”<sup>2</sup>. Η μουσική, ορχηστική και φωνητική, ήταν αναμφίβολα αναπόσπαστο μέρος της καθημερινής ζωής των ελληνικών πόλεων. Είχε πρωταγωνιστικό ρόλο στα διάφορα φεστιβάλ, στις θρησκευτικές ψαλμωδίες αλλά και στις κοινωνικές συναντήσεις που λάμβαναν χώρα. Επιπλέον, υπήρχαν και διαγωνισμοί με βραβεία για του νικητές οι οποίοι έδειχναν τις ικανότητες τους στο παίξιμο του αυλού, και στο τραγούδι παράλληλα με τον αυλό (ή λύρα)<sup>1</sup>. Τις ικανότητες αυτές τις καλλιεργούσαν από τη διδασκαλία του “άσματος και της λύρας” πλάι στο δάσκαλό τους, τον “κιθαριστή”. Ο Πλάτωνας, πάντα πιστός στις τότε παραδόσεις, θα επιθυμήσει να διατηρήσει σε έναν αυστηρό κανονισμό την καλλιτεχνική εκπαίδευση, δίνοντας αξία στη κλασική της παράδοση, και απομακρύνοντας κάθε ίχνος νεωτερισμού και καινοτομιών από αυτή γιατί θεωρεί πως αυτή διοχετεύει κάποιου είδους τρυφηλότητα και πως προκαλεί την αφύπνιση του αναρχικού πνεύματος. Άλλωστε, η όλη προσπάθεια του παιδαγωγού έγκειται στην επιδίωξη της ηθικοπλαστικής καλλιέργειας του νέου. Βέβαια, όπως είναι φυσικό, η διδασκαλία της μουσικής ήταν δευτερεύουσας αξίας μπροστά στα γράμματα. Πρώτα ήταν απαραίτητο το παιδί να μάθει να γράφει και να διαβάζει και ύστερα θα ξεκινούσε να μελετά μουσική. Οι φιλολογικές σπουδές πάντως θα επισημοποιούνταν μέσω των διαγωνισμών ή μέσω των μουσικών αγώνων<sup>2</sup>. Στην Αθήνα του πέμπτου αιώνα, κάθε ελεύθερος πολίτης αναμένονταν να γνωρίζει να παίζει λύρα αλλά και να τραγουδάει. Μάλιστα λέγεται πως ο Θεμιστοκλής θεωρείτο αμαθείς διότι αρνιόταν να παίζει τη λύρα σε μια παρέα.

Όταν ο Ιππίας και ο Θεόδωρος δίδασκαν μουσική παράλληλα με τα μαθηματικά, πιθανότατα αντιμετώπιζαν τη μουσική περισσότερο θεωρητικά παρά πρακτικά. Στο θέμα της μουσικής, είχε και ο Αριστοτέλης τη δική του άποψη. Μέχρι τότε, ο επαγγελματίας υπερσκίαζε τον ερασιτέχνη. Υπήρχε όμως και η άποψη πως η δουλειά του εκτελεστή (αυτού που έπαιζε τον αυλό) ήταν υποβαθμιστική και ανάξια ενός ελεύθερου ανθρώπου.

Ο αυλός ήταν ένα πνευστό όργανο παρόμοιο με το κλαρινέτο ή το όμποε και ήταν ιδιαίτερα ευχάριστο στο άκουσμά του. Ο Αριστοτέλης απορρίπτει όλη τη εκπαίδευση σε ότι αφορά το ορχηστικό παίξιμο (ορχηστικό = παίξιμο χωρίς τη συνοδεία φωνής) διότι πιστεύει πως είναι άμεσα συνυφασμένο με διαγωνισμούς. Ωστόσο, παραχωρεί μια μικρή θέση και στη μουσική στην αρχική εκπαίδευση των παιδιών πιστεύοντας πως ορισμένη πρακτική εξάσκηση και εμπειρία όσο είναι νέα, θα τα οδηγήσει στο να εκτιμήσουν καλύτερα τις επιδόσεις των άλλων στη μετέπειτα ζωή τους. Επιπλέον, σύμφωνα με αρχαίους θεωρητικούς, υπήρχαν δύο πλευρές μουσικής, ο ρυθμός (μετρική) και η μελωδία. Αργότερα, όμως, ο ρυθμός άρθηκε για διδακτικούς σκοπούς από τους γραμματικούς κι έτσι οι μουσικοί έμειναν με τη μελωδία.

---

1: Clarke: “Higher education in the ancient world” σελ.52

2: Marron: “Η ιστορία της εκπαίδευσης κατά την αρχαιότητα.” σελ.119

Συζητούσαν τότε για τις νότες, τις κλίμακες και τα συναφή αλλά και για τα χαρακτηριστικά των διαφόρων “ειδών”. Το γράψιμό τους ωστόσο (πιθανότατα και η διδασκαλία τους) ήταν στεγνό και τεχνικό. Ήταν κοινή λογική πως στο σύνολό της η μουσική επηρέαζε τα συναισθήματα. Ο Πλάτωνας μιλούσε για τη μουσική από το δικό του πεδίο σκέψης. Απέρριπτε για παράδειγμα ορισμένα είδη μουσικής χαρακτηρίζοντάς τα ως πολύ πένθιμα ή εντόνως χαλαρωτικά ενώ παραδεχόταν τα είδη τα οποία όπως πίστευε προωθούσαν το κουράγιο ή/και την αυτοσυγκράτηση. Έγραφε επίσης για μια πιο γενική επιρροή της μουσικής, για το ρυθμό και τη μελωδία, τα οποία εναρμονισμένα έλεγε πως έδιναν μια τάξη αλλά και κάτι το θεϊκό στη καθημερινή ζωή. Ότι περίπου πίστευε και για τα μαθηματικά δηλαδή. Γι’ αυτό υπάρχει και μεγάλη συσχέτιση της μουσικής με τα μαθηματικά, όσο τα ψάχνεις τόσο ανακαλύπτεις, όπως και στη μουσική αλλά και επειδή βάζουν τα πράγματα σε μια τάξη υπό την έννοια πως τίποτα δεν είναι θεωρητικό ή αυθαίρετο αλλά προέκυψε από κάτι άλλο ή αποδείχθηκε με κάποιο τρόπο. Δίνει δηλαδή κάτι το αποδεδειγμένα αληθές. Τέτοιες ιδέες για τη μουσική συνεχίζονταν να υποστηρίζονται αν και οι διάφορες αλλαγές στην ίδια τη μουσική αλλά και στη καθημερινή της αξία, προκάλεσαν την απώλεια της αρχικής της αξίας<sup>1</sup>.

## **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑ**

Η αστρονομία είναι ίσως η πιο εξειδικευμένη μαθηματική τέχνη και εξειδικεύτηκε αναμφίβολα στα χέρια του Αρίσταρχου και του Ίππαρχου<sup>2</sup>. Η αστρονομία οφείλει να είναι μαθηματική επιστήμη και όχι επιστήμη παρατήρησης. Για τον Πλάτωνα, ο έναςτρος ουρανός με τη μεγαλοπρέπεια και την αρμονική ακρίβεια κινήσεων που τον διέπει, δεν είναι απλώς μια εικόνα. Για τον πραγματικό αστρονόμο, είναι ό,τι και για ένα πραγματικό γεωμέτρη ένα γεωμετρικό σχέδιο σχεδιασμένο με τη μεγαλύτερη φαινομενική ακρίβεια από τον τελειότερο τεχνίτη. Η Πλατωνική αστρονομία αποτελεί συνδυασμό περιοδικών και ομοιόμορφων κινήσεων, ο οποίος αποβλέπει όχι μόνο να εξηγήσει τις κινήσεις που παρατηρούνται αλλά και να ανακαλύψει τους ίδιους τους υπολογισμούς τους οποίους χρησιμοποίησε ο Δημιουργός για να οργανώσει το κόσμο<sup>3</sup>. Εκτός αυτών, η αστρονομία ήταν και από μόνη της δημοφιλής επιστήμη. Τα αστέρια ήταν ευρέως οικία. Ο ναύτης, για παράδειγμα, τα χρησιμοποιούσε για τη σωστή πλεύση του, το ημερολόγιο του αγρότη ήταν βασισμένο σε αυτά. Ακόμη και η λογοτεχνία είχε ως βάση της τα αστέρια. Ήταν αδύνατη άλλωστε η κατανόηση των ποιητών χωρίς γνώση των αστερών. Στη πορεία, υπήρχαν αρκετοί άνθρωποι που πίστευαν πως η μοίρα τους ήταν καθορισμένη από τ’ αστέρια και αυτή η αντίληψη και μόνο εξύψωσε τη δημοτικότητα της αστρονομίας. Όμως παρ’ ότι μερικοί άρχιζαν να ταυτίζουν την αστρονομία με την αστρολογία, η διαφορά των δύο αυτών επιστημών (αν θεωρείται η αστρολογία επιστήμη) ήταν ξεκάθαρη αφού στα σχολεία, στο μάθημα της αστρονομίας τα παιδιά διδάσκονταν για τα ουράνια σώματα και όχι για ωροσκόπια<sup>2</sup>.

## **Ο ΑΒΑΚΑΣ ΚΑΙ Η ΣΦΑΙΡΑ**

Για τη διδασκαλία των μαθηματικών, είτε είναι γεωμετρία, είτε είναι αριθμητική, είτε

---

1: Clarke: “Higher education in the ancient world” σελ.54

2: Clarke: “Higher education in the ancient world” σελ.50-51

3: Marron: “Η ιστορία της εκπαίδευσης κατά την αρχαιότητα.” σελ.124-125

αστρονομία (η αστρονομία ήταν κλάδος των μαθηματικών) απαιτούνταν διαφορετικές μέθοδοι από αυτές ρητόρων ή των φιλοσόφων. Ο κάθε μαθηματικός είχε την ανάγκη να απεικονίζει τα διάφορα σχήματα ή τις ιδέες ή πράξεις που κάνει εφόσον καθίσταται αδύνατο να τα θυμάται ή να τα λέει όλα απ' έξω. Γι' αυτό το σκοπό τα σημείωνε πάνω σ' ένα πινάκα γνωστό και ως "άβακα". Τα εργαλεία που χρησιμοποιούσε ήταν η άμμος και το ραβδί. Η άμμος ή σκόνη ή στάχτη, ήταν απλωμένη στην επίπεδη επιφάνεια του άβακα και το ραβδί χρησιμοποιούνταν για τη χάραξη σχημάτων πάνω του. Αυτή ήταν η μέθοδος η οποία ήταν χρήσιμη και αποτελεσματική κατά την απουσία της κιμωλίας και του μαυροπίνακα. Λέγεται πως πρώτα ανακαλύφθηκε τον πέμπτο αιώνα π.Χ. από τον Σωκράτη, ο οποίος σύμφωνα με τον Αριστοφάνη έριξε κάποιες στάχτες σε ένα τραπέζι και χρησιμοποίησε ένα λυγισμένο σύρμα για να χαράξει γραμμές. Η χρήση του άβακα έγινε ευρέως διαδεδομένη και έξω από τα σύνορα της χώρας. Τέλος ο Διόδωτος, επειδή ήταν τυφλός και κατά συνέπεια δε μπορούσε να χρησιμοποιήσει ο ίδιος το ραβδί, το έδινε στους μαθητές του και κατάφερνε να διδάξει εξηγώντας ή περιγράφοντάς τους ποιες γραμμές έπρεπε να τραβήξουν και πού. Από αυτά διαφαίνεται η αξία και η σημασία του άβακα ως μαθηματικό εργαλείο.

Σε άλλο κλάδο των μαθηματικών ήταν ενταγμένη και η αστρονομία. Για τη πραγματοποίηση αυτού του μαθήματος, απαραίτητο εργαλείο στα χέρια του αστρονόμου, ήταν η σφαίρα. Η σφαίρα έμοιαζε με κάθετο κύκλο ή δαχτυλίδι κολλημένο σε ένα οριζόντιο. Η επιφάνεια είχε ένα σκοτεινό χρώμα όπως του νυχτερινού ουρανού και πάνω της υπήρχαν τα ως τότε γνωστά αστέρια. Τα ζώδια ήταν σχηματισμένα με μια κοκκινωπή γραμμή που ένωνε τα άστρα ενώ ο γαλαξίας (ο οποίος πολλές φορές παραλείπονταν) με μία λευκή. Οι σφαίρες αυτές, χρησιμοποιούνταν κατά κανόνα από τον Άρατο για τις παρουσιάσεις του, οπότε έφεραν και το όνομά του κι έγιναν γνωστές ως Αρατόνειες σφαίρες<sup>1</sup>.

## **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗ – ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ**

Ο Πλάτωνας επιθυμούσε, όπως προαναφέραμε, όλοι οι πολίτες να έχουν μια κατώτερη – στοιχειώδη εκπαίδευση ώστε να γνωρίζουν αριθμηση (ένα, δύο τρία...), τους ακέραιους, ακόμη και τα δεκαδικά κλάσματα τα οποία χρησιμοποιούσαν στη μετρολογία. Ο Πλάτωνας, όμως, προχωρά ακόμη πιο πέρα. Για παράδειγμα, στη κύρια μελέτη των αριθμών προσθέτει και τη λογιστική, τη χρήση αριθμητικών ασκήσεων (λογισμοί) ενσωματωμένη σε συγκεκριμένα προβλήματα τα οποία προέρχονταν από την ίδια τη ζωή και από τα επαγγέλματα. Δηλαδή σε προβλήματα που απαντώνται στη καθημερινή μας ζωή όπως η εύρεση του κέρδους ή η μέτρηση της διαμέτρου ενός σωλήνα κ.α. Έτσι θεωρεί πως οι ασκήσεις λογιστικής θα αποκαλύψουν τα προικισμένα πνεύματα<sup>2</sup>.

Στους διάλογους του, ο Πλάτωνας χρησιμοποιεί τις λέξεις "λογιστική" και "αριθμητική". Απ' ότι μπορεί κανείς να συμπεράνει, δεν υπάρχουν ουσιώδεις διαφορές, ίσως και καθόλου στο να μαθαίνει κανείς "λογισμούς" και "λογιστική" ή "αριθμούς" και "αριθμητική". Επιπλέον, στους "νόμους" δεν εμφανίστηκε να υπάρχει σημαντική διαφορά μεταξύ υπολογισμών και αριθμών εφόσον και οι αθηναίοι αναφέρονται σ' αυτά σαν να ήταν ένα μάθημα. Μερικοί, ωστόσο, σε νεώτερους μαθηματικούς διάλογους να βλέπουν σημαντική διαφορά ανάμεσα στη λογιστική και την αριθμητική στα μαθηματικά του τετάρτου αιώνα

---

1: Clarke: "Higher education in the ancient world" σελ.51-52

2: Marron: "Η ιστορία της εκπαίδευσης κατά την αρχαιότητα." σελ.121-122

γενικότερα και στο Πλάτωνα ειδικότερα. Αυτό είναι άτοπο διότι ο Πλάτωνας ήταν ο πρώτος άνθρωπος κατά τον Mueller ο οποίος εισήγαγε τους παραπάνω όρους και αναφέρθηκε σε αυτούς για πρώτη φορά στους “διάλογους” του.

Όπως η αριθμητική είναι συντόμευση της “αριθμητικής τέχνης” και προέρχεται από το ουσιαστικό αριθμός, έτσι και η λογιστική είναι συντόμευση της “λογιστικής τέχνης” και προέρχεται από το ουσιαστικό “λογισμός” (υπολογισμός). Συνεπώς, όπως είναι λογικό, έγινε γενικώς αποδεκτό πως και η λογιστική είναι κάποιου είδους υπολογισμός. Η αλήθεια είναι πως ο Πλάτωνας είχε κάνει μια μικρή διάκριση μεταξύ της αριθμητικής και της λογιστικής. Σύμφωνα με το Γοργία, η ρητορική κάνει ό,τι κάνει μέσω της γλώσσας (λόγος). Ο Σωκράτης ενίσταται ότι το ίδιο μπορεί να ειπωθεί και για άλλες τέχνες όπως η αριθμητική, η λογιστική, και η γεωμετρία. Απ’ την άλλη, προτείνει ένα τρόπο ώστε να διαφοροποιήσει τη ρητορική από τις άλλες τέχνες λέγοντας σε τι αναφέρονται οι “λόγοι” της ρητορικής και απεικονίζει αυτά που έχει κατά νου διαφοροποιώντας την αριθμητική απ’ τη λογιστική. Για παράδειγμα λέει πως η αριθμητική αναφέρεται στους άρτιους και τους περιττούς αριθμούς ενώ η λογιστική ερευνά το πως οι άρτιοι και οι περιττοί συσχετίζονται μεταξύ τους ή από μόνιους με τη πράξη π.χ. του πολλαπλασιασμού. Άλλοι λένε πως η αριθμητική του Πλάτωνα είναι υπολογιστική.

Είναι απλό να δούμε πως στη περίπτωση που η διαφορά μεταξύ λογιστικής και αριθμητικής ήταν μόνο ανάμεσα στη μέτρηση και τους υπολογισμούς ο Πλάτωνας θα είχε ένα καλό λόγο για να αναμειγνύει αυτά τα δύο όταν μιλούσε γενικά για τη μελέτη των αριθμών. Απ’ την άλλη, μια διάκριση που όντως έκανε ο Πλάτωνας ήταν ανάμεσα στη καθαρή και την εφαρμοσμένη αριθμητική. Η διάκριση αυτή έγινε εντονότερη από τον Φίλεβο ο οποίος είχε ορίσει μια βαθμίδα γνώσης μαθηματικών ανάλογα με την ποσότητα και τη καθαρότητά τους. Στη κορυφή της βαθμίδας είναι η αριθμητική, η μετρική και η στατιστική. Η ομαδοποίηση αυτή στην ουσία δηλώνει πως η αριθμητική είναι απλά αρίθμηση η οποία αποφασίζει τη ποσότητα των υπαρχόντων πραγμάτων παρά στο πόσο μεγάλο ή το πόσο βαρύ είναι ένα αντικείμενο. Παρόμοια διάκριση κάνει και ο Σωκράτης όταν ξεχωρίζει την αριθμητική των φιλοσόφων από αυτή των υπολοίπων. Οι “μη φιλόσοφοι” μετρούν μέσω των αριθμών ανόμοιες μονάδες όπως, για παράδειγμα, δύο στρατούς και τρεις αγελάδες ενώ ένας φιλόσοφος ποτέ δε θα προχωρούσε στη πράξη αν δεν είχε συμφωνηθεί πως οι υπολογιζόμενες μονάδες δε θα διέφεραν σε καμία περίπτωση. Ο Σωκράτης λοιπόν τονίζει (δίχως να το εξηγεί) πως υπάρχει μια παράλληλη αντίθεση ανάμεσα στη πρακτική μετρική και την φιλοσοφική γεωμετρία και ανάμεσα στη πρακτική λογιστική και τους και του φιλοσοφικούς υπολογισμούς. Η διάκριση που κάνει με τη σειρά του ο Πλάτωνας είναι παρόμοια με αυτή του Σωκράτη με τη διαφορά πως ενώ δέχεται τον όρο “καθαρή αριθμητική ή υπολογιστική”, δε δέχεται τον όρο “καθαρή θεωρία αριθμών”. Τη διάκριση αυτή ανάμεσα στη καθαρή και την εφαρμοσμένη μέθοδο διδασκαλίας των μαθηματικών τη κάνει πιο συγκεκριμένα στο έβδομο βιβλίο της “πολιτείας” του.

Ο Πλάτωνας οραματίζεται μια ομάδα από μαθητές οι οποίοι όχι μόνο θα ήταν καλοί στους υπολογισμούς αλλά και θα τους άρεσε να τους κάνουν. Αυτοί οι μαθητές θα ήταν οι πρωτάρηδες στην ανώτερη εκπαίδευση. Επειδή τα παιδιά αυτά έμαθαν να κάνουν υπολογισμούς μέσα από παιχνίδια, δεν τους συσχετίζουν με εμπορικές συναλλαγές κι άλλες παρόμοιες δραστηριότητες και κατά συνέπεια, βρίσκονται σε πλεονεκτικότερη θέση για να <sup>1</sup>

---

1: Ian Mueller: “Mathematics and education” σελ.88-91

κατανοήσουν τον αφηρημένο χαρακτήρα των μονάδων της φιλοσοφικής αριθμητικής. Η κατανόηση αυτών των μονάδων πιθανότατα να διευκόλυne την αναγνώριση των γενικών θεμάτων των αριθμών και ίσως και να οδηγούσε στη δημιουργία νέων νόμων. Παρ' όλα αυτά, ο Πλάτωνας δεν εισχωρεί σ' αυτή τη πλευρά της διδασκαλίας της αφηρημένης λογιστικής.

## **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

Μετά από μια σύντομη συζήτηση περί λογιστικής στους “Νόμους” του, ο Πλάτωνας στρέφεται προς τη γεωμετρία, την οποία αποκαλεί “μετρική”. Αναφέρεται έντονα πως τα παιδιά επιβάλλεται να διδάσκονται με τρόπο τέτοιο ώστε να εξαλειφθεί πλήρως η (φυσική για όλα τα ανθρώπινα όντα) άγνοιά τους. Αυτό το επισημαίνει διότι αναφέρει πως είχε ακούσει για την άγνοια αυτή στο εξωτερικό και ντράπηκε και ο ίδιος αλλά και για λογαριασμό των Ελλήνων σε ότι αφορά τα γεωμετρικά λάθη στα οποία επιδίδονταν. Η «πηγή της ντροπής» σ' ότι αφορά τη γεωμετρία, ήταν κατά τον Πλάτωνα τριμερής. Πρώτον, το ότι το μήκος, το πλάτος και το βάθος είναι όλα σχετικά το ένα με το άλλο, δεύτερον πως το μήκος το πλάτος και το βάθος είναι σχετικά μόνο μεταξύ τους και τέλος πως το μήκος και το πλάτος είναι σχετικά με το βάθος ή το βάθος με το μήκος σχετικά μεταξύ τους. Ο τρίτος τρόπος θεωρείται σαν “πιο αποδεκτός” από τον Κλεινία και έρχεται στην ουσία να καλύψει τα λάθη των δύο πρώτων. Ο Πλάτωνας, όμως, ανακάλυψε δύο λάθη στα δύο τελευταία τα οποία συνοψίζονται στο πρώτο. Οι λέξεις: “μήκος”, “πλάτος” και “βάθος” αναφέρονται είτε στις τρεις διαστάσεις, είτε σε μονοδιάστατη, δισδιάστατη ή τρισδιάστατη κλίμακα (σαν σύνολο). Λαμβάνοντας αυτά υπόψη, παρατηρούνται κάποια μικρολαθάκια στις προαναφερθείσες προτάσεις. Αξίζει λοιπόν να παρατηρήσουμε και να αντιληφθούμε μέσα από αυτό το παράδειγμα το βαθμό της αξίας που δίδονταν στα μαθηματικά και τη βαρύτητα αλλά και την αξία που έδινε ο Πλάτωνας σε αυτά ώστε να διδασκόντουσαν όσο πιο σωστά γινόταν. Όσο ασήμαντο, όμως κι αν φαίνεται το προηγούμενο παράδειγμα, άλλη τόση είναι και η αξία του. Το λάθος το οποίο είχε την ικανότητα να διακρίνει ο Πλάτωνας έγκειται στην “αδυναμία γραμμικής σύγκρισης”. Είναι αξιοσημείωτο και γενικά αποδεκτό το γεγονός πως πρώτοι οι Έλληνες γενικότερα και ο Πλάτωνας ειδικότερα ανακάλυψαν και επίλυσαν το πρόβλημα αυτό<sup>1</sup>.

## **ΕΠΙΛΟΓΟΣ**

Ο Πλάτωνας, εμπιστεύεται πέρα από κάθε ωφελμιστική σκέψη στα μαθηματικά, προπαιδευτικό κυρίως ρόλο. Αυτά οφείλουν όχι μόνο να πλουτίσουν τη μνήμη με γνώσεις ωφέλιμες, αλλά και να δημιουργήσουν ένα καλώς συγκροτημένο πνεύμα, δηλαδή ένα πνεύμα ικανό να δεχθεί τη νοητή αλήθεια υπό την έννοια της αποδεδειγμένης πραγματικότητας η οποία δε χωρά αμφισβήτηση. Όπως για παράδειγμα η γεωμετρία μιλά για ένα τόξο που περιέχεται σε δεδομένη γωνία. Έχοντας αυτά κατά νου, ο Πλάτωνας εισάγει ένα ειδικό πρόγραμμα που ονομάζεται “μέση εκπαίδευση”. Με αυτό το τρόπο, αντιτίθεται σε όλους τους σοφιστές προκάτοχούς του και την υπεραισιοδοξία τους, οι οποίοι ανοίγουν με μεγάλη αυτοπεποίθηση τις πύλες της ανώτατης εκπαίδευσης στο κάθε τυχόντα χωρίς να λαμβάνουν πρώτα υπόψη τους τις ικανότητες ή τη όποια προκαταρκτική του κατάρτιση<sup>2</sup>.

---

1: Ian Mueller: “Mathematics and education” σελ.94-95

2: Marron: “Η ιστορία της εκπαίδευσης κατά την αρχαιότητα.” Σελ.124-125

Η αποτυχία λοιπόν της αυτής τους απόπειρας, η οποία –όπως λέει και ο Πλάτωνας- κατέληξε εις βάρος της φιλοσοφίας, αποδεικνύει σε μεγάλο βαθμό τη πλάνη τους. Έπρεπε λοιπόν οι υποψήφιοι φιλόσοφοι να υποβληθούν πρώτα σε κάποια δοκιμασία και προπαρασκευή. Πρώτος λοιπόν ο Πλάτωνας προβάλλει και δικαιολογεί αυτή την απαίτηση η οποία από τότε και στο εξής θα επιβαλλόταν στο παιδαγωγό.

Τέλος, εκείνο που θα παραμείνει ως χαρακτηριστικό γνώρισμα του ειδικού του σχήματος σπουδών, είναι η εξέχουσα θέση την οποία δίνει στα μαθηματικά. Δε παραμελεί φυσικά τη προπαιδευτική συμβολή της φιλολογικής, καλλιτεχνικής, και φυσιογνωστικής μόρφωσης εφόσον έκανε αρκετές και αξιόλογες μεταρρυθμίσεις και σε αυτά τα μαθήματα και άλλωστε οι κλάδοι αυτοί των μαθημάτων όχι μόνο δεν έχουν λιγότερη αξία, αλλά και συμβάλλουν στην αρμονία και την ευρυθμία του συνόλου της μόρφωσης. Ο ρόλος τους, όμως, αυτός δεν μπορεί να συγκριθεί σε γονιμότητα με το ρόλο των θετικών επιστημών γενικότερα αλλά και των μαθηματικών ειδικότερα τα οποία προσφέρουν, σύμφωνα πάντα με τον Πλάτωνα, την αληθή γνώση, ενώ μυσούν άμεσα στην υψηλή φιλοσοφική αγωγή η οποία έχει σαν άξονα την αναζήτηση της λογικής αλήθειας.

### **BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

1: Ian Mueller: “Mathematics and education: Some notes on the Platonic program”

2: Clarke M.L: “Higher education in the ancient world”

3: Marron : “Η ιστορία της εκπαίδευσεως κατά την αρχαιότητα”

4: [www.philosophypages.com](http://www.philosophypages.com)

5: [www.culture.com](http://www.culture.com)

Οι φωτογραφίες που παρουσιάζονται είναι από τα παραπάνω sites.